

Über den Arbeitsplan hinaus sind die zusätzlichen oder zu streichenden Kompetenzen für jeden Abiturjahrgang im Dokument „**Hinweise zur schriftlichen Abiturprüfung 20...**“ (NiBiS unter Zentralabitur) zu beachten.

12.1 Semesterthema:	Kompetenzbereiche: (vgl. KC 2018, Leitideen S. 23-28)	Verbindliche Unterrichtsinhalte: (vgl. KC 2018, Lernbereiche S. 43-54)
Analysis	<ul style="list-style-type: none"> ○ L1: Algorithmus und Zahl ○ L2: Messen ○ L4: Funktionaler Zusammenhang 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Kurvenanpassung mit ganzrationalen Funktionen (gA) / Kurvenanpassung und Funktionsscharen (eA) ○ Von der Änderung zum Bestand – Integralrechnung (gA, eA) ○ Die e-Funktion (gA) / Wachstumsmodelle – Exponentialfunktion (eA)
Die Schülerinnen und Schüler ...		
grundlegendes Anforderungsniveau		erhöhtes Anforderungsniveau
Leitidee L1: Algorithmus und Zahl		
<ul style="list-style-type: none"> • nutzen Grenzwerte bei der Bestimmung von Ableitungen und Integralen. • lösen Exponentialgleichungen. • wenden Produktregel und Kettenregel bei linearer innerer Funktion zur Berechnung von Ableitungsfunktionen an. 		<ul style="list-style-type: none"> • wenden Produktregel und Kettenregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen an. • überprüfen die Lösungsfunktionen von Differentialgleichungen für Wachstumsmodelle durch Einsetzen in die Differentialgleichung.
Leitidee L2: Messen		
<ul style="list-style-type: none"> • berechnen Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand. • bestimmen Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt sind. • berechnen bestimmte Integrale, auch mithilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung. 		<ul style="list-style-type: none"> • bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten. • bestimmen Volumen von Körpern, die durch Rotation von Graphen um die x-Achse entstehen.
Leitidee L4: Funktionaler Zusammenhang		
<ul style="list-style-type: none"> • deuten das bestimmte Integral als aus Änderungen rekonstruierter Bestand und als Flächeninhalt. • beschreiben das Integral als Grenzwert von Produktsummen. • deuten bestimmte Integrale auch im Sachzusammenhang. • geben Stammfunktionen für die Funktionen f mit $f(x) = x^n; n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1; 0\}$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$ an. • entwickeln Stammfunktionen mit der Kettenregel bei linearer innerer Funktion sowie mit Summen- und Faktorregel. • überprüfen Stammfunktionen mithilfe der Ableitungsregeln. 		

- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch anschaulich.
- beschreiben die Wachstumsgeschwindigkeit beim exponentiellen Wachstum als proportional zum Bestand.
- charakterisieren die Basis e durch $(e^x)' = e^x$.
- verwenden die Ableitungsfunktion der Funktion f mit $f(x) = e^x$ und der Exponentialfunktionen g mit $g(x) = a^x$.
- beschreiben das asymptotische Verhalten des begrenzten Wachstums.
- bestimmen ausgehend von vorgegebenen Eigenschaften in Sachkontexten und von lokalen und globalen Eigenschaften des Graphen einer ganzrationalen Funktion deren Funktionsterm.
- führen für ganzrationale Funktionen die Variation eines Parameters zur Anpassung an eine vorgegebene Eigenschaft durch.
- beschreiben Verknüpfungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen in einfachen Fällen, untersuchen diese, wenden sie in Sachsituationen an und führen Parameterbestimmungen zur Angleichung an Daten durch.
- beschreiben Verkettungen der e-Funktion mit linearen Funktionen, untersuchen diese, wenden sie in Sachsituationen an und führen Parameterbestimmungen zur Angleichung an Daten durch.
- verwenden die \ln -Funktion als eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}; x > 0$.
- interpretieren Integralfunktionen auch als Bestands- und Flächeninhaltsfunktion.
- unterscheiden Integral- und Stammfunktion.
- interpretieren und bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte.
- begründen die Volumenformel für Körper, die durch Rotation von Graphen um die x-Achse entstehen und wenden diese an.
- klassifizieren Funktionen nach bestimmten globalen Eigenschaften.
- nutzen bei der Anpassung an Daten neben globalen Eigenschaften weitere charakteristische Merkmale von Funktionen zur Ermittlung eines geeigneten Funktionsterms.
- übersetzen vorgegebene lokale Eigenschaften des Graphen in Bedingungen an den Funktionsterm und ermitteln diesen.
- nutzen Stetigkeit und Differenzierbarkeit zur Synthese und Analyse abschnittsweise definierter Funktionen.
- benennen und begründen Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei Scharen ganzrationaler Funktionen und bei Scharen, die durch Verknüpfungen und Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen entstehen, in Abhängigkeit vom Scharparameter.
- beschreiben begrenztes und logistisches Wachstum, auch als Verkettung und Verknüpfung von Funktionen.
- vergleichen die bereits bekannten Wachstumsmodelle und das des logistischen Wachstums untereinander.
- beschreiben und untersuchen Verkettungen und Verknüpfungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen auch zur Modellierung in Sachsituationen.
- beschreiben das asymptotische Verhalten bei additiver Verknüpfung der e-Funktion mit linearen Funktionen.
- ermitteln Scharparameter, auch zur Angleichung an Daten.
- führen die Variation des Scharparameters zur Anpassung an vorgegebene Eigenschaften durch.
- beschreiben Wachstumsmodelle mithilfe der zugehörigen Differentialgleichungen und überprüfen mögliche Lösungsfunktionen.

Fakultative Erweiterungen:	
<ul style="list-style-type: none"> – gA: Vergleich mit durch Regression gewonnenen Funktionen; Integralfunktion; ln als Funktion – eA: Mantelflächen; Bogenlänge; Rotation um die y-Achse; Mittelwerte; Schwerpunkte; Quotientenregel; Splines; Bestimmung von Ortskurven 	
Verbindliche Lern- und Arbeitstechniken:	CAS, Funktionenplotter
Materialhinweise:	Fundamente der Mathematik/ UMA plus (Kap. 1-4), Online-Material (Kurvenanpassung mit ganzrationalen Funktionen (gA); Kurvenanpassung und Funktionsscharen (eA); Von der Änderung zum Bestand – Integralrechnung (gA bzw. eA); Die e-Funktion (gA); Wachstumsmodelle – Exponentialfunktion (eA))
Schriftliche Arbeiten:	2

12.2 Semesterthema:	Kompetenzbereiche: (vgl. KC 2018, Leitideen S. 23-28)	Verbindliche Unterrichtsinhalte: (vgl. KC 2018, Lernbereiche S. 43-54)
Stochastik	<ul style="list-style-type: none"> ○ L2: Messen ○ L4: Funktionaler Zusammenhang ○ L5: Daten und Zufall 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Daten und Zufall (gA, eA)
Die Schülerinnen und Schüler ...		
grundlegendes Anforderungsniveau		erhöhtes Anforderungsniveau
Leitidee L2: Messen		
<ul style="list-style-type: none"> • berechnen Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung für einfache diskrete Verteilungen. • berechnen Erwartungswert und Standardabweichung für die Binomialverteilung. • beurteilen, ob ein Spiel fair ist. 		
Leitidee L4: Funktionaler Zusammenhang		
<ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Situationen durch Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen. • beschreiben Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen tabellarisch und grafisch. 		
Leitidee L5: Daten und Zufall		
<ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und lösen damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. • untersuchen Teilvorgänge in mehrstufigen Zufallsexperimenten auf stochastische Unabhängigkeit. • erläutern die Beziehung zwischen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen. • stellen den Zusammenhang zwischen Kenngrößen der Häufigkeitsverteilung und Kenngrößen der Wahrscheinlichkeitsverteilung her. • berechnen Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung. • verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen. • erläutern und verwenden die Binomialverteilung sowie Binomialkoeffizienten. • charakterisieren Wahrscheinlichkeitsverteilungen anhand der Kenngrößen Erwartungswert und Standardabweichung und nutzen diese bei der Binomialverteilung für Interpretationen. • ermitteln Prognoseintervalle für Stichproben im Kontext der Binomialverteilung. • ermitteln, ob ein vermuteter Wert für den Parameter p der Binomialverteilung mit einer vorliegenden Stichprobe verträglich ist. 		

- stellen den Zusammenhang zwischen stochastischer Unabhängigkeit und bedingter Wahrscheinlichkeit her.
- unterscheiden zwischen kausaler und stochastischer Unabhängigkeit.
- begründen die Binomialverteilung als Näherungslösung für weitere stochastische Situationen.
- unterscheiden zwischen diskreten und stetigen Zufallsgrößen sowie zwischen Säulendiagrammen und Histogrammen.
- nutzen den Erwartungswert und die Standardabweichung einer normalverteilten Zufallsgröße für Interpretationen.
- beurteilen die Approximierbarkeit der Binomialverteilung durch die Normalverteilung.
- berechnen Prognoseintervalle für eine binomialverteilte Zufallsgröße mithilfe der Approximation durch die Normalverteilung.
- berechnen Konfidenzintervalle für den Parameter p und zu einer vorgegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit einer binomialverteilten Zufallsgröße mithilfe der Approximation durch die Normalverteilung.
- verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen, die sich annähernd durch die Normalverteilung beschreiben lassen.

Fakultative Erweiterungen:

- gA: --
- eA: andere Verteilungen

Verbindliche Lern- und Arbeitstechniken:	CAS, Statistikmodul
Materialhinweise:	Fundamente der Mathematik/ UMA plus (Kap. 8-10), Online-Material (Daten und Zufall (gA bzw. eA))
Schriftliche Arbeiten:	1

13.1 Semesterthema:	Kompetenzbereiche: (vgl. KC 2018, Leitideen S. 23-28)	Verbindliche Unterrichtsinhalte: (vgl. KC 2018, Lernbereiche S. 43-54)
Lineare Algebra & Analytische Geometrie	<ul style="list-style-type: none"> ○ L1: Algorithmus und Zahl ○ L2: Messen ○ L3: Raum und Form 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Raumanschauung und Koordinatisierung (gA, eA)
Die Schülerinnen und Schüler ...		
grundlegendes Anforderungsniveau		erhöhtes Anforderungsniveau
Leitidee L1: Algorithmus und Zahl <ul style="list-style-type: none"> • lösen lineare Gleichungssysteme mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge. • erläutern ein algorithmisierbares Verfahren zur Lösung von linearen Gleichungssystemen und wenden es an. 		<ul style="list-style-type: none"> • erläutern den Gauß-Algorithmus als ein Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn an.
Leitidee L2: Messen <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Streckenlängen in Ebene und Raum auch mithilfe des Skalarproduktes. • überprüfen die Orthogonalität zweier Vektoren. • bestimmen Flächen- und Rauminhalte von geradlinig und ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten. • berechnen Winkelgrößen zwischen Vektoren sowie zwischen Strecken und Geraden. 		<ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Winkelgrößen in Ebene und Raum auch mithilfe des Skalarproduktes. • erläutern und nutzen Verfahren zur Berechnung von Abständen von Punkten, Geraden und Ebenen.
Leitidee L3: Raum und Form <ul style="list-style-type: none"> • nutzen die bildliche Darstellung und Koordinatisierung zur Beschreibung von Punkten, Strecken, ebenen Flächen und einfachen Körpern. • wenden die Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation von Vektoren an und veranschaulichen sie geometrisch. • überprüfen zwei Vektoren auf Kollinearität. • wenden Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten an. • beschreiben Geraden und Ebenen durch Gleichungen in Parameterform. • untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und bestimmen Schnittpunkte. • deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion. 		<ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Ebenen durch Gleichungen in Normalen- und Koordinatenform. • wechseln zwischen den verschiedenen Darstellungsformen von Ebenen. • untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen sowie von Ebenen und lösen Schnittprobleme. • beschreiben die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form $\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und berechnen damit Punktkoordinaten für Schrägbilder.
Fakultative Erweiterungen:		
<ul style="list-style-type: none"> – gA: Lagebeziehung zwischen Geraden und Ebenen; Ebenengleichungen in Normalenform; Kreis- und Kugelgleichung – eA: Vektoren in nichtgeometrischen Kontexten; weitere Abbildungsmatrizen; Kreis- und Kugelgleichung 		
Verbindliche Lern- und Arbeitstechniken:		CAS

Materialhinweise:	Fundamente der Mathematik/ UMA plus (Kap. 5-7), Online-Material (Raumanschauung und Koordinatisierung (gA bzw. eA); Alternativer Zugang zur Raumanschauung und Koordinatisierung (gA und eA))
Schriftliche Arbeiten:	2

13.2 Semesterthema:	Kompetenzbereiche: (vgl. KC 2018, Leitideen S. 23-28)	Verbindliche Unterrichtsinhalte: (vgl. KC 2018, Lernbereiche S. 43-54)
Analysis II und Vertiefungen der anderen Stoffgebiete	<ul style="list-style-type: none"> ○ L1: Algorithmus und Zahl ○ L2: Messen ○ L3: Raum und Form ○ L4: Funktionaler Zusammenhang ○ L5: Daten und Zufall 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Raumanschauung und Koordinatisierung – Analytische Geometrie / Lineare Strukturen ○ Wachstumsmodelle – Exponentialfunktionen ○ Beurteilende Statistik ○ Schließende Stochastik

Die Schülerinnen und Schüler ...	
grundlegendes Anforderungsniveau	erhöhtes Anforderungsniveau

<p>Leitidee: Funktionaler Zusammenhang</p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen die Ableitung von $x \mapsto \sqrt{x}$. • vertiefen Verknüpfungen und Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen zur Beschreibung von inner- und außermathematischen Problemen. • vertiefen das Modell des begrenzten und das Modell des logistischen Wachstums. • verwenden \ln, um einfache Exponentialgleichungen aufzulösen. • kennen Stammfunktionen für die Funktion $x \mapsto \frac{1}{x}$. 	<ul style="list-style-type: none"> • Erkennen den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion und deuten die resultierende Differentialgleichung im Sachkontext der Wachstumsmodelle. • interpretieren uneigentliche Integrale als Grenzwerte sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten. • verwenden die Normalverteilung als spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung.
---	---

<p>Leitidee: Algorithmus</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beschreiben einfacher Sachverhalte mit Tupeln oder Matrizen. • Vertiefen die skalare Multiplikation von Matrizen • lösen lineare Gleichungssysteme mit der eingeführten Technologie.. 	
---	--

<p>Leitidee: Räumliches Strukturieren/Koordinatisieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beschreiben einfacher Sachverhalte mit Tupeln oder Matrizen • Vertiefen das Erfassen und Begründen der unterschiedlichen Lagebeziehungen von Geraden sowie Gerade und Ebene und lösen Schnittprobleme. 	<ul style="list-style-type: none"> • erfassen und begründen die unterschiedlichen Lagebeziehungen von Ebenen und lösen Schnittprobleme.
---	--

Leitidee: Messen

- Bestimmen des Winkels zwischen zwei Geraden, zwischen Gerade und Ebene und zwischen zwei Ebenen.
- Bestimmen von Abständen zwischen Punkten, zwischen Punkt und Ebene, zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen Ebenen.
- bestimmen Volumen von Körpern, die durch Rotation um die x-Achse entstehen.
- bestimmen Flächeninhalte unbegrenzter Flächen.
- Bestimmen von Abständen zwischen Punkt und Gerade sowie zwischen Geraden.

Leitidee: Daten und Zufall

- untersuchen von Sachverhalten mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und Lösen von Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.
- untersuchen von Teilvorgängen mehrstufiger Zufallsexperimente anhand einfacher Beispiele auf stochastische Unabhängigkeit mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln.
- Unterscheiden zwischen Grundgesamtheit und repräsentativer Stichprobe.
- Vertiefen das Schließen von der Stichprobe auf die Gesamtheit.

Hinweise zum Technologieeinsatz:

- Bestimmen der Lösungsmenge sowohl eindeutig als auch nicht eindeutig lösbarer LGS aus dem Bereich der analytischen Geometrie
- Bestimmen des Skalarproduktes je nach Möglichkeiten des Rechners
- Bestimmen der Lösungsmenge sowohl eindeutig als auch nicht eindeutig lösbarer LGS
- Bestimmen das Rotationsvolumen
- Bestimmen von Grenzwerten und algebraische Untersuchung von Scharen (CAS)
- Bestimmen der Ableitungsfunktionen (CAS)
- Operationen mit Matrizen
- Grafische Darstellungen von Verteilungen
- Bestimmen von Vertrauensintervallen je nach Möglichkeiten des Rechners

Verbindliche Lern- und Arbeitstechniken:

CAS, alle Ansichten in Geogebra

Materialhinweise:

Fundamente der Mathematik/ UMA plus, siehe Semester 12.1, 12.2 und 13.1

Schriftliche Arbeiten:

1

Hinweise für die Fachgruppe Mathematik zum Inhalt des Arbeitsplans:

Die inhaltlichen Kompetenzen aus den Leitideen des KCs sind in der Tabelle vollständig aufgeführt und nach den drei Semesterthemen sortiert.

Die im KC beschriebenen Lernbereiche liefern über den Arbeitsplan hinaus Hinweise zum Ablauf (hier nur als verbindliche Unterrichtsinhalte aufgeführt).

Die im KC ausgewiesenen und erläuterten Prozesskompetenzen, Anforderungsbereiche und Operatoren sind darüber hinaus zu beachten ebenso wie die Hinweise zur schriftlichen Abiturprüfung des jeweiligen Jahrgangs.